

ЮНЫЙ

ISSN 2409-546X

УЧЁНЫЙ

научный журнал

Relativity:

The Special

and

$E = mc^2$
General Theory

EINSTEIN ATTACKS
QUANTUM THEORY



2

2015

mV_1^2

2

ISSN 2409-546X

Юный ученый

Научный журнал

№ 2 (2) / 2015

Редакционная коллегия:

Главный редактор: Ахметова Галия Дуфаровна, доктор филологических наук

Члены редакционной коллегии:

Ахметова Мария Николаевна, доктор педагогических наук

Иванова Юлия Валентиновна, доктор философских наук

Каленский Александр Васильевич, доктор физико-математических наук

Лактионов Константин Станиславович, доктор биологических наук

Сараева Надежда Михайловна, доктор психологических наук

Авдеюк Оксана Алексеевна, кандидат технических наук

Айдаров Оразхан Турсункожаевич, кандидат географических наук

Алиева Тарана Ибрагим кызы, кандидат химических наук

Ахметова Валерия Валерьевна, кандидат медицинских наук

Брезгин Вячеслав Сергеевич, кандидат экономических наук

Данилов Олег Евгеньевич, кандидат педагогических наук

Дёмин Александр Викторович, кандидат биологических наук

Дядюн Кристина Владимировна, кандидат юридических наук

Желнова Кристина Владимировна, кандидат экономических наук

Жуйкова Тамара Павловна, кандидат педагогических наук

Игнатова Мария Александровна, кандидат искусствоведения

Коварда Владимир Васильевич, кандидат физико-математических наук

Комогорцев Максим Геннадьевич, кандидат технических наук

Котляров Алексей Васильевич, кандидат геолого-минералогических наук

Кузьмина Виолетта Михайловна, кандидат исторических наук, кандидат психологических наук

Кучерявенко Светлана Алексеевна, кандидат экономических наук

Лескова Екатерина Викторовна, кандидат физико-математических наук

Макеева Ирина Александровна, кандидат педагогических наук

Матроскина Татьяна Викторовна, кандидат экономических наук

Мусаева Ума Алиевна, кандидат технических наук

Насимов Мурат Орленбаевич, кандидат политических наук

Прончев Геннадий Борисович, кандидат физико-математических наук

Семахин Андрей Михайлович, кандидат технических наук

Сенюшкин Николай Сергеевич, кандидат технических наук

Ткаченко Ирина Георгиевна, кандидат филологических наук

Яхина Асия Сергеевна, кандидат технических наук

Статьи, поступающие в редакцию, рецензируются. За достоверность сведений, изложенных в статьях, ответственность несут авторы. Мнение редакции может не совпадать с мнением авторов материалов. При перепечатке ссылка на журнал обязательна. Материалы публикуются в авторской редакции.

Адрес редакции:

420126, г. Казань, ул. Амирхана, 10а, а/я 231. E-mail: info@moluch.ru; <http://yun.moluch.ru/>.

Учредитель и издатель: ООО «Издательство Молодой ученый»

Тираж 500 экз.

Отпечатано в типографии издательства «Молодой ученый», г. Казань, ул. Академика Арбузова, д. 4

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.

Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ № ФС77-61102 от 19 марта 2015 г.

Журнал входит в систему РИНЦ (Российский индекс научного цитирования) на платформе elibrary.ru.

Ответственные редакторы:

Кайнова Галина Анатольевна

Осянина Екатерина Игоревна

Международный редакционный совет:

Айрян Заруи Геворковна, кандидат филологических наук, доцент (Армения)

Арошидзе Паата Леонидович, доктор экономических наук, ассоциированный профессор (Грузия)

Атаев Загир Вагитович, кандидат географических наук, профессор (Россия)

Борисов Вячеслав Викторович, доктор педагогических наук, профессор (Украина)

Велковска Гена Цветкова, доктор экономических наук, доцент (Болгария)

Гайич Тамара, доктор экономических наук (Сербия)

Данатаров Агахан, кандидат технических наук (Туркменистан)

Данилов Александр Максимович, доктор технических наук, профессор (Россия)

Досманбетова Зейнегуль Рамазановна, доктор философии (PhD) по филологическим наукам (Казахстан)

Ешиев Абдыракман Молдоалиевич, доктор медицинских наук, доцент, зав. отделением (Кыргызстан)

Игисинов Нурбек Сагинбекович, доктор медицинских наук, профессор (Казахстан)

Кадыров Кутлуг-Бек Бекмурадович, кандидат педагогических наук, заместитель директора (Узбекистан)

Кайгородов Иван Борисович, кандидат физико-математических наук (Бразилия)

Каленский Александр Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор (Россия)

Козырева Ольга Анатольевна, кандидат педагогических наук, доцент (Россия)

Лю Цзюань, доктор филологических наук, профессор (Китай)

Малес Людмила Владимировна, доктор социологических наук, доцент (Украина)

Нагервадзе Марина Алиевна, доктор биологических наук, профессор (Грузия)

Нурмамедли Фазиль Алигусейн оглы, кандидат геолого-минералогических наук (Азербайджан)

Прокопьев Николай Яковлевич, доктор медицинских наук, профессор (Россия)

Прокофьева Марина Анатольевна, кандидат педагогических наук, доцент (Казахстан)

Ребезов Максим Борисович, доктор сельскохозяйственных наук, профессор (Россия)

Сорока Юлия Георгиевна, доктор социологических наук, доцент (Украина)

Узаков Гулом Норбоевич, кандидат технических наук, доцент (Узбекистан)

Хоналиев Назарали Хоналиевич, доктор экономических наук, старший научный сотрудник (Таджикистан)

Хоссейни Амир, доктор филологических наук (Иран)

Шаринов Аскар Калиевич, доктор экономических наук, доцент (Казахстан)

Художник: Шишков Евгений Анатольевич

Верстка: Бурьянов Павел Яковлевич



МАТЕМАТИКА: АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА, ГЕОМЕТРИЯ

Применение метода математической индукции к решению задач на делимость натуральных чисел

Баданин Андрей Сергеевич, учащийся 11 класса

Научный руководитель: Сизова Марина Юрьевна, учитель математики
МАОУ НГО «СОШ №4» (г. Новая Ляля, Свердловская область)

В математических олимпиадах часто встречаются достаточно трудные задачи на доказательство делимости натуральных чисел. Перед школьниками возникает проблема: как найти универсальный математический метод, позволяющий решать подобные задачи?

Оказывается, большинство задач на доказательство делимости можно решать методом математической индукции, но в школьных учебниках уделяется очень мало внимания этому методу, чаще всего приводится краткое теоретическое описание и разбирается несколько задач.

Метод математической индукции мы находим в теории чисел. На заре теории чисел математики открыли многие факты индуктивным путем: Л. Эйлер и К. Гаусс рассматривали подчас тысячи примеров, прежде чем подметить числовую закономерность и поверить в нее. Но одновременно они понимали, сколь обманчивыми могут быть гипотезы, прошедшие «конечную» проверку. Для индуктивного перехода от утверждения, проверенного для конечного подмножества, к аналогичному утверждению для всего бесконечного множества необходимо доказательство. Такой способ предложил Блез Паскаль, который нашел общий алгоритм для нахождения признаков делимости любого целого числа на любое другое целое число (трактат «О характере делимости чисел»).

Метод математической индукции используется, чтобы доказать путем рассуждений истинность некоего утверждения для всех натуральных чисел или истинность утверждения начиная с некоторого числа n .

Решение задач на доказательство истинности некоторого утверждения методом математической индукции состоит из четырех этапов (рис. 1):

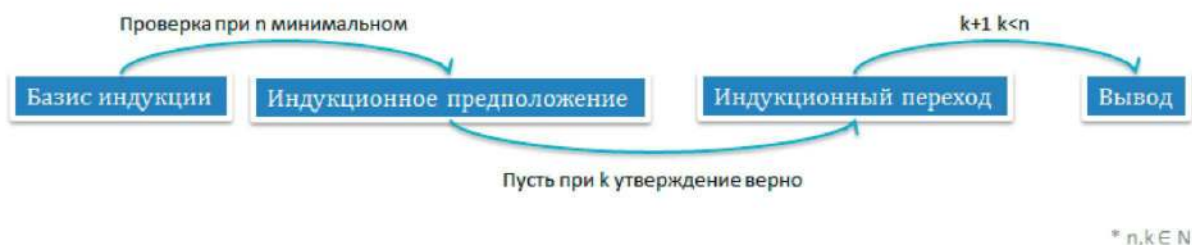


Рис. 1. Схема решения задачи

- Базис индукции.** Проверяют справедливость утверждения для наименьшего из натуральных чисел, при котором утверждение имеет смысл.
- Индукционное предположение.** Предполагаем, что утверждение верно для некоторого значения k .
- Индукционный переход.** Доказываем, что утверждение справедливо для $k+1$.
- Вывод.** Если такое доказательство удалось довести до конца, то, на основе принципа математической индукции можно утверждать, что утверждение верно для любого натурального числа n .

Рассмотрим применение метода математической индукции к решению задач на доказательство делимости натуральных чисел.

Пример 1. Доказать, что число $5 \cdot 2^{3n-2} + 3^{3n-1}$ кратно 19, где n — натуральное число.

Доказательство:

- 1) Проверим, что эта формула верна при $n = 1$: число $5 \cdot 2 + 3^2 = 19$ кратно 19.
- 2) Пусть эта формула верна для $n = k$, т. е. число $5 \cdot 2^{3k-2} + 3^{3k-1}$ кратно 19.
- 3) Докажем, что формула верна и для $n = k + 1$, т. е.

$5 \cdot 2^{3(k+1)-2} + 3^{3(k+1)-1} = 8 \cdot 5 \cdot 2^{3k-2} + 27 \cdot 3^{3k-1} = 8(5 \cdot 2^{3k-2} + 3^{3k-1}) + 19 \cdot 3^{3k-1}$ кратно 19. Действительно, первое слагаемое делится на 19 в силу предположения (2); второе слагаемое тоже делится на 19, потому что содержит множитель 19.

- 4) Оба условия принципа математической индукции выполнены, следовательно, предложение истинно при всех значениях n .

Пример 2. Доказать, что сумма кубов трех последовательных натуральных чисел делится на 9.

Доказательство:

Докажем утверждение: «Для любого натурального числа n выражение $n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3$ кратно 9».

- 1) Проверим, что эта формула верна при $n = 1$: $1^3 + 2^3 + 3^3 = 1 + 8 + 27 = 36$ кратно 9.
- 2) Пусть эта формула верна для $n = k$, т. е. $k^3 + (k+1)^3 + (k+2)^3$ кратно 9.
- 3) Докажем, что формула верна и для $n = k + 1$, т. е. $(k+1)^3 + (k+2)^3 + (k+3)^3$ кратно 9. $(k+1)^3 + (k+2)^3 + (k+3)^3 = (k+1)^3 + (k+2)^3 + k^3 + 9k^2 + 27k + 27 = (k^3 + (k+1)^3 + (k+2)^3) + 9(k^2 + 3k + 3)$.

Полученное выражение содержит два слагаемых, каждое из которых делится на 9, таким образом, сумма делится на 9.

- 4) Оба условия принципа математической индукции выполнены, следовательно, предложение истинно при всех значениях n .

Пример 3. Доказать, что при любом натуральном n число $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ делится на 7.

Доказательство:

- 1) Проверим, что эта формула верна при $n = 1$: $3^{2 \cdot 1 + 1} + 2^{1+2} = 3^3 + 2^3 = 35$, 35 кратно 7.
- 2) Пусть эта формула верна для $n = k$, т. е. $3^{2k+1} + 2^{k+2}$ делится на 7.
- 3) Докажем, что формула верна и для $n = k + 1$, т. е.

$3^{2(k+1)+1} + 2^{(k+1)+2} = 3^{2k+1} \cdot 3^2 + 2^{k+2} \cdot 2^1 = 3^{2k+1} \cdot 9 + 2^{k+2} \cdot 2 = 3^{2k+1} \cdot 9 + 2^{k+2} \cdot (9-7) = (3^{2k+1} + 2^{k+2}) \cdot 9 - 7 \cdot 2^{k+2}$. Т. к. $(3^{2k+1} + 2^{k+2}) \cdot 9$ делится на 7 и $7 \cdot 2^{k+2}$ делится на 7, то и их разность делится на 7.

- 4) Оба условия принципа математической индукции выполнены, следовательно, предложение истинно при всех значениях n .

Многие задачи на доказательство в теории делимости натуральных чисел удобно решать с применением метода математической индукции, можно даже сказать, что решение задач данным методом вполне алгоритмизировано, достаточно выполнить 4 основных действия. Но универсальным этот метод назвать нельзя, т. к. присутствуют и недостатки: во-первых, доказывать можно только на множестве натуральных чисел, а во-вторых, доказывать можно только для одной переменной.

Для развития логического мышления, математической культуры этот метод является необходимым инструментом, ведь ещё великий русский математик А. Н. Колмогоров говорил: «Понимание и умение правильно применять принцип математической индукции, является хорошим критерием логической зрелости, которая совершенно необходима математику».

ЛИТЕРАТУРА:

1. Виленкин, Н. Я. Индукция. Комбинаторика. — М.: Просвещение, 1976. — 48 с.
2. Генкин, Л. О математической индукции. — М., 1962. — 36 с.
3. Соломинский, И. С. Метод математической индукции. — М.: Наука, 1974. — 63 с.
4. Шарьгин, И. Ф. Факультативный курс по математике: Решение задач: Учеб. пособие для 10 кл. сред. шк. — М.: Просвещение, 1989. — 252 с.
5. Шень, А. Математическая индукция. — М.: МЦНМО, 2007. — 32 с.